

Aplicação da geometria analítica na localização de barcos, uma abordagem didática

Prof. Dr. Willames de Albuquerque Soares¹

Gabryella Vasconcelos da Silva²

Pâmela Maciel Sobral²

UPE\Faceteg

RESUMO

Uma forma de contextualização, aplicabilidade e multidisciplinaridade da geometria analítica está apresentada. Para a matemática, o sistema LORAN (*Long-Ranger Navigation*), é possível contextualizar as cônicas, com suas hipérbolas e elipses. O uso das e estudo das ondas e velocidades médias para a física. Além de destacar fatos históricos e posicionamentos geográficos.

Palavras-chave: Ensino da Matemática, Geometria Analítica, LORAN.

INTRODUÇÃO

Os alunos sempre questionam a aplicabilidade dos conteúdos aprendidos em sala de aula. Isto não é diferente na disciplina de matemática. Partindo desta prerrogativa, será apresentada aqui uma forma diferenciada de aplicabilidade da Geometria Analítica, por meio do sistema LORAN (*Long-Ranger Navigation*). Além de contextualizar as aulas com a realidade, mostrando a utilidade do aprendizado das cônicas estará praticando a multidisciplinaridade com professores de disciplinas como história e geografia.

O sistema LORAN foi originalmente desenvolvido pelos Estados Unidos em 1940, tendo constituído uma das primeiras tentativas de implementação de um sistema hiperbólico de navegação de longo alcance, capaz de proporcionar, continuamente e em qualquer condição de tempo, informação de posicionamento

¹ Professor Doutor da Universidade de Pernambuco

² Alunas de Iniciação científica da Universidade de Pernambuco em 2010.

para navios ou aeronaves. A Segunda Guerra Mundial e a Guerra da Coréia aceleraram o estabelecimento do sistema, inicialmente denominado de LORAN-A que posteriormente evoluiu o atual LORAN-C, tornando-se operacional em 1957 (PORTAL MARÍTIMO, 2009).

Este sistema utiliza as cônicas como base de seu funcionamento, as quais desempenham um papel importante em vários domínios da Física, Economia e Engenharia, entre outros (SANTOS, *et al*, 2005). Mesmo aplicada implicitamente, exige um domínio de seu conteúdo, como é observado na construção de telescópios, antenas, radares, faróis, lanternas e outros. As cônicas se dividem em três seções: elipse, parábola e hipérbole.

As elipses são o conjunto de todos os pontos P no plano tal que a soma das distâncias de P a dois pontos fixos F_1 e F_2 (focos) é constante, tendo uma aplicação na Astronomia, na qual Kepler mostrou que os planetas do sistema solar descrevem órbitas elípticas. As parábolas são o conjunto de todos os pontos P no plano, tais que a distância de P a um ponto fixo F , chamado foco, é igual à distância de P a uma distância fixa D , chamada diretriz, sendo observada na trajetória de projéteis e na construção de parabólicas. As hipérbolas são o conjunto de todos os pontos P no plano tal que o valor absoluto da diferença das distâncias de P a dois pontos fixos F_1 e F_2 é um número positivo constante K , além de outras aplicações, são de grande importância para o desenvolvimento dos sistemas de localização de barcos (MUNEM, *et al*, 1982).

O sistema LORAN é um sistema hiperbólico de rádio navegação, de longo alcance, o qual utiliza pulsos de radiofrequência (PORTAL MARÍTIMO, 2009). Sendo possível manter a comunicação com várias embarcações ou com uma central, possibilitando então a agilidade da comunicação e a sua precisão. Este sistema utiliza a propagação do som no vácuo por meio de ondas tridimensionais (HALLIDAY, *et al*, 2006), além das hipérbolas confocais, onde os radares estão nos focos. Baseado na diferença de tempo de recepção dos sinais emitidos simultaneamente pelos dois pares de radares, sendo um dos radares comuns entre si, construindo um mapa que apresenta curvas hiperbólicas. Esta foi a

técnica utilizada pelos Estados Unidos para detectar os barcos japoneses podendo então desviar-se dos seus ataques, na II Guerra Mundial.

UM POUCO DE HISTÓRIA

A primeira transmissão de rádio foi feita pelo italiano Marconi em 1901, salientando que as válvulas eletrônicas dos rádios antigos também foram inventadas nessa mesma década. Entretanto, a primeira transmissão comercial de rádio aconteceu nos EUA em 1921, desde então o aparelho de rádio se espalhou por todo o planeta (SCHMIDT, 2005).

Já na Segunda Guerra Mundial os japoneses tiveram uma das operações mais bem planejadas e ousadas com o ataque de Pearl Harbor, como ficou conhecido. Um ataque que em apenas duas horas os aviões japoneses, sem aviso prévio, liquidaram a maior parte da tropa norte-americana que estavam no Havaí no dia 07 de dezembro de 1941 (Figura 1), marcando então a entrada dos Estados Unidos na Segunda Guerra Mundial e se tornando inimigo dos japoneses.



Figura 1- Ataque a Pearl Harbor na Segunda Guerra Mundial.

Durante a Segunda Guerra Mundial, a Coréia foi ocupada por tropas soviéticas e norte-americanas (os americanos entraram para combater os japoneses). As tropas soviéticas ocupavam a Coréia do Norte e os norte-americanos ocupavam a Coréia do Sul. O bloco soviético formado pelo Rússia, Japão e China, enquanto o bloco americano apoiado por quinze países representantes da ONU, logo tinham o papel de sustentar e apoiar este povo.

Como a Coréia do sul está territorialmente ladeada pelos soviéticos (Figura 2) impossibilitava de seus navios que continham os mantimentos para seus aliados conseguirem chegar até a costa marítima, pois eram naufragados antes por navios japoneses. Então houve a necessidade de aplicar o seu sistema de localização de barcos, desenvolvido em 1940, para poder localizar e desviar dos navios japoneses.



Figura 2 - Mapa de localização da Coréia do Sul.

3 – CONSTRUÇÃO DA HIPERBÓLICA ATRAVÉS DE RADARES CONFOCAIS

Por meio dos estudos da propagação de ondas sonoras possibilitou-se a construção de um mapa cujo conteúdo mostra as curvas hiperbólicas. Na localização das mesmas é o lugar para receptor sinais sonoros, pois estão em locais denominados de linhas de interferência construtiva, como pode ser observado na figura 3.

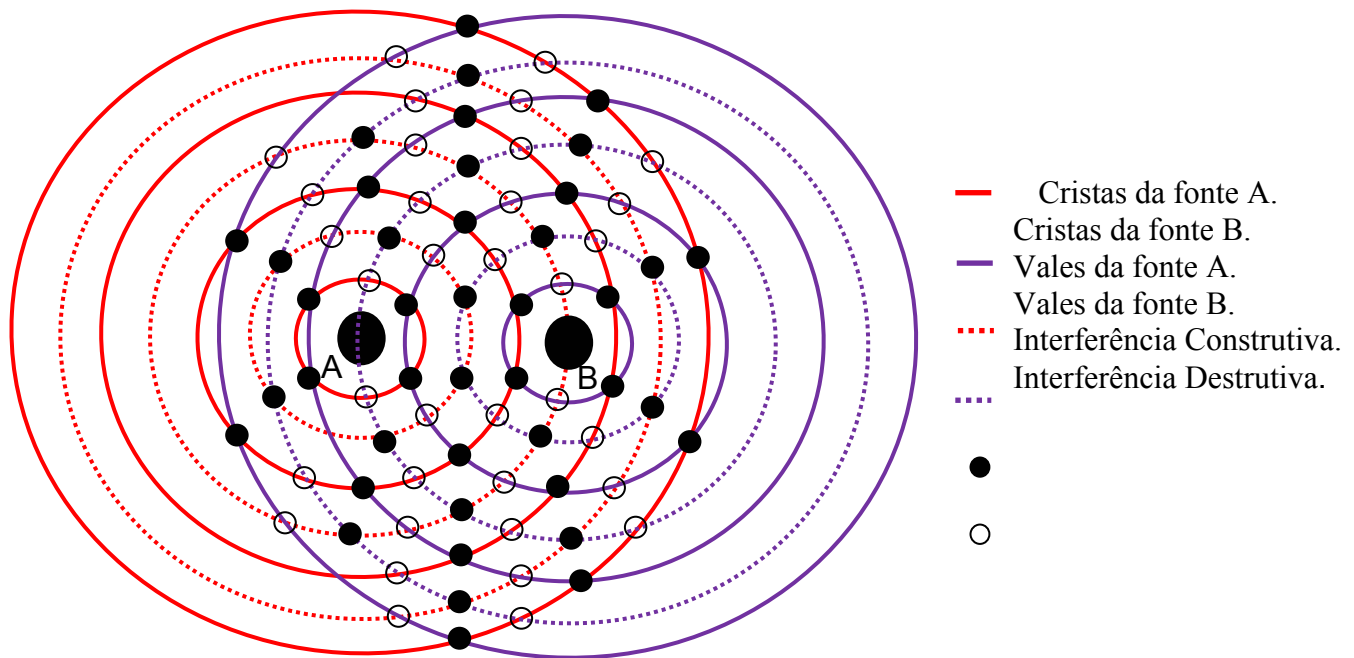


Figura 3- Propagação de Ondas Sonoras.

Na Figura 3, é mostrada a propagação de ondas sonoras originadas a partir de duas fontes A e B. Ao emitir um sinal sonoro surgem ondas compostas de cristas e vales, e quando duas ou mais fontes sonoras enviam sinais simultâneos existem pontos que ocorrem interferência, a qual pode ser construtiva ou destrutiva. A interferência construtiva é formada pela superposição de duas cristas ou de dois vales, nessas localidades o receptor terá uma melhor qualidade de som, pois esse encontro provoca a amplitude da onda. Já a destrutiva é causada pela superposição de uma crista e um vale, nesses pontos o receptor não obterá nenhuma informação sendo assim conhecidos como pontos surdos (BONJORNO, *et al*, 2005).

São por meio destas propriedades físicas que são traçadas as curvas hiperbólicas, ou seja, as duas fontes emissoras são os focos e a partir dos mesmos traçam-se circunferências, cujos raios aumentam gradualmente e na mesma proporção. A curva hiperbólica é determinada nas linhas formadas pelos pontos de Interferência construtiva, como é mostrado na Figura 4.

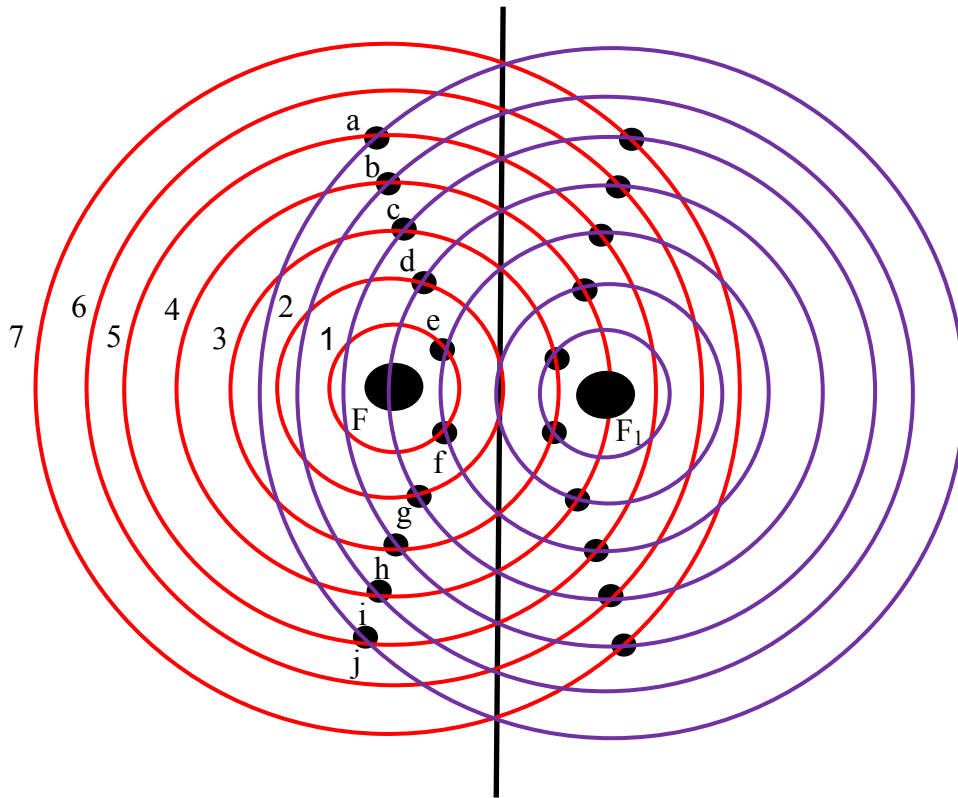


Figura 4- Mapa das Curvas Hiperbólicas

Atribuiu-se um valor unitário ao raio e uma distância entre os dois focos de quatro unidades. Dado um ponto, a diferença entre suas distâncias a cada foco resulta na distância das curvas hiperbólicas, sendo de duas unidades para este exemplo, calculadas por meio de pontos localizados no mapa. Logo, no ponto a , a distância até o foco F é de cinco unidades e de sete do foco F_1 , como pode ser visto na Figura 4. A Tabela 1 mostra que a diferença entre as distâncias de qualquer ponto para cada foco, resulta na distância das duas curvas hiperbólicas, entre si.

Tabela 1- Distância entre as hipérbóles.

Ponto	Valores dos raios		Diferença
	Circunferência com centro em F	Circunferência com centro em F_1	
A	5	7	2
B	4	6	2
C	3	5	2
D	2	4	2
E	1	3	2
F	1	3	2
G	2	4	2
h	3	5	2
I	4	6	2
J	5	7	2

Vale ressaltar, que quando a diferença constante das distâncias é pequena, a hipérbole se localiza próximo à mediatriz (que é a perpendicular ao meio da distância focal) e é bastante aberta; ao contrário, quando a diferença constante das distâncias cresce, os ramos da hipérbole se aproximam dos focos e a curvatura aumenta (PORTAL MARÍTIMO, 2009), como pode ser visualizado nas Figuras 5 e 6.

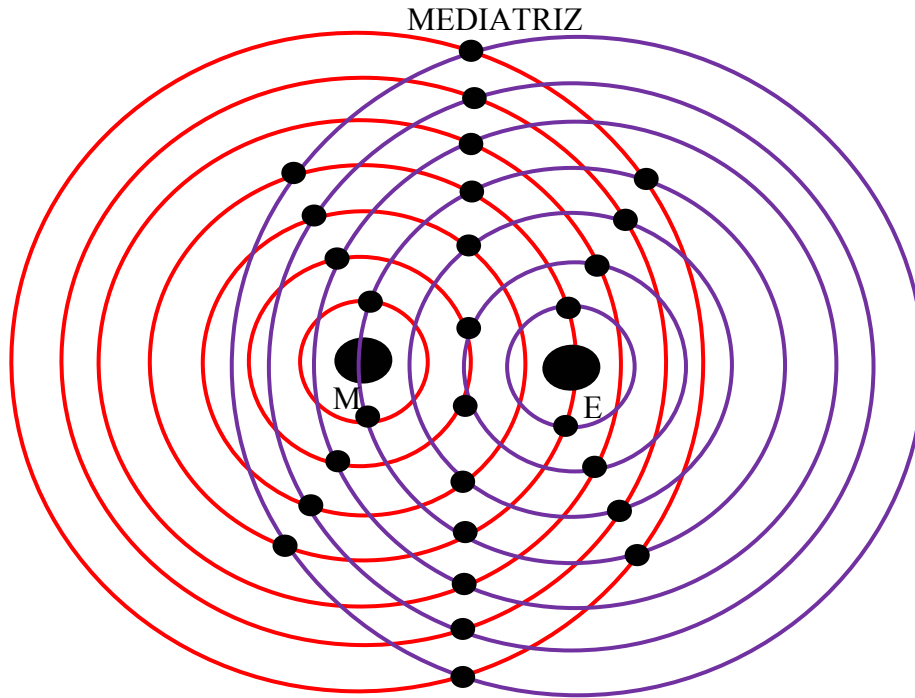


Figura 5 – Ramos e curvatura da hipérbole

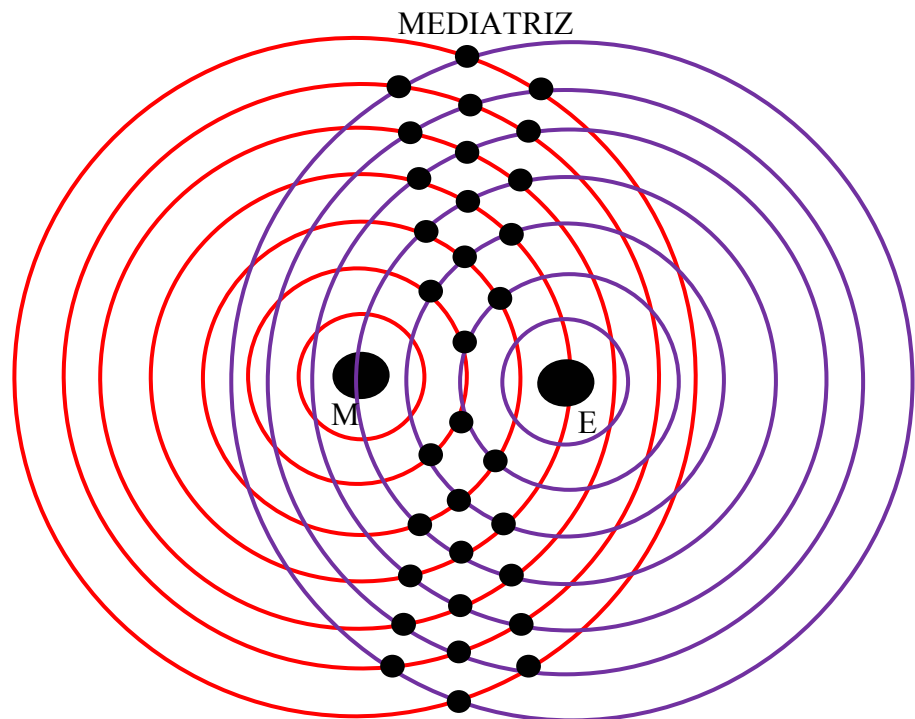


Figura 6 – Aproximação dos ramos da hipérbole e curvatura aumentada causada pela pequena distância entre os focos

4 – AMBIGUIDADE

Como pode ser visto em uma hipérbole há dois ramos simétricos (Figura 7), onde a ambos corresponderá a mesma diferença de distâncias, ou mesmo intervalo de tempo. Como o receptor é capaz apenas de medir o intervalo de tempo entre a recepção dos dois sinais (emitido por dois barcos, por exemplo), haverá uma ambigüidade, pois, o receptor não conseguirá distinguir em qual dos dois ramos hiperbólicos se encontra o barco.

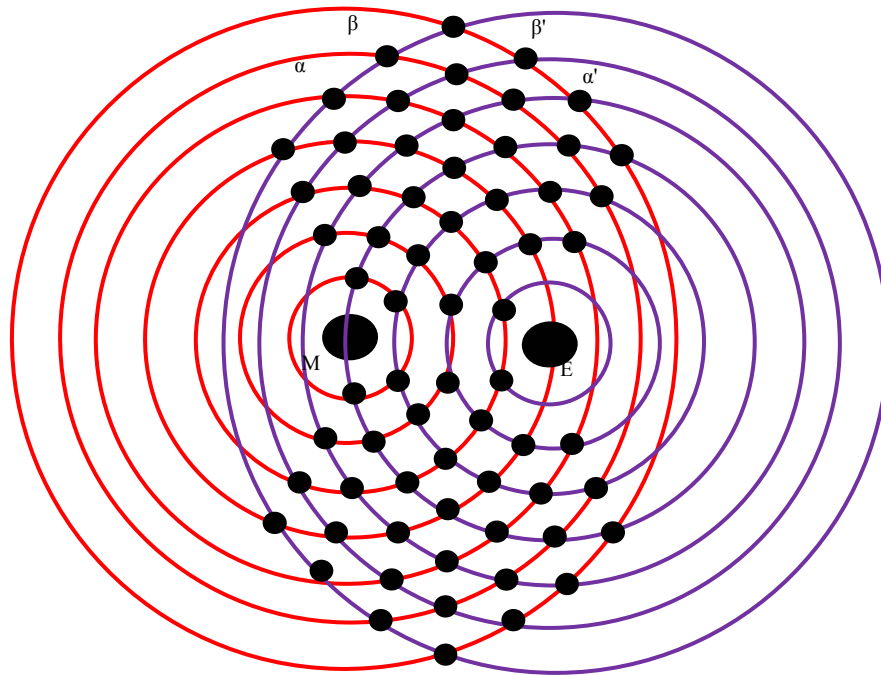


Figura 7 - Ramos Hiperbólicos Simétricos.

A velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas na atmosfera é de, aproximadamente, $3 \cdot 10^8$ m/s, ou cerca de 162.000 milhas náuticas por segundo. Assim, a onda hertziana percorre 0,162 milha náutica por microssegundo, ou 16,2 milhas em 100 μ s. Isto significa que, na Figura 6, o intervalo de 100 μ s entre as circunferências traçadas corresponde a 16,2 milhas náuticas (PORTAL MARÍTIMO).

Na Figura 8, mostra a hipérbole α , considerando-se o ponto P, um sinal de rádio demora de M a P, 400 μ s, e de E a P, 600 μ s. Se os sinais fossem emitidos simultaneamente um receptor no ponto P receberia o sinal de M 200 μ s antes de receber o sinal de E. O mesmo procedimento pode ser feito para os pontos Q, R e

S. Esta figura mostra também um intervalo de 400 μs entre os dois focos da hipérbole, valor que deverá ser acrescentado a diferença das distâncias de um ponto a cada um dos focos. Por exemplo, a diferença das distâncias do foco M ao receptor P e do foco E ao receptor P, resultará em 200 μs . Este valor deverá ser acrescentado ao intervalo entre os dois focos, ou seja, 600 μs .

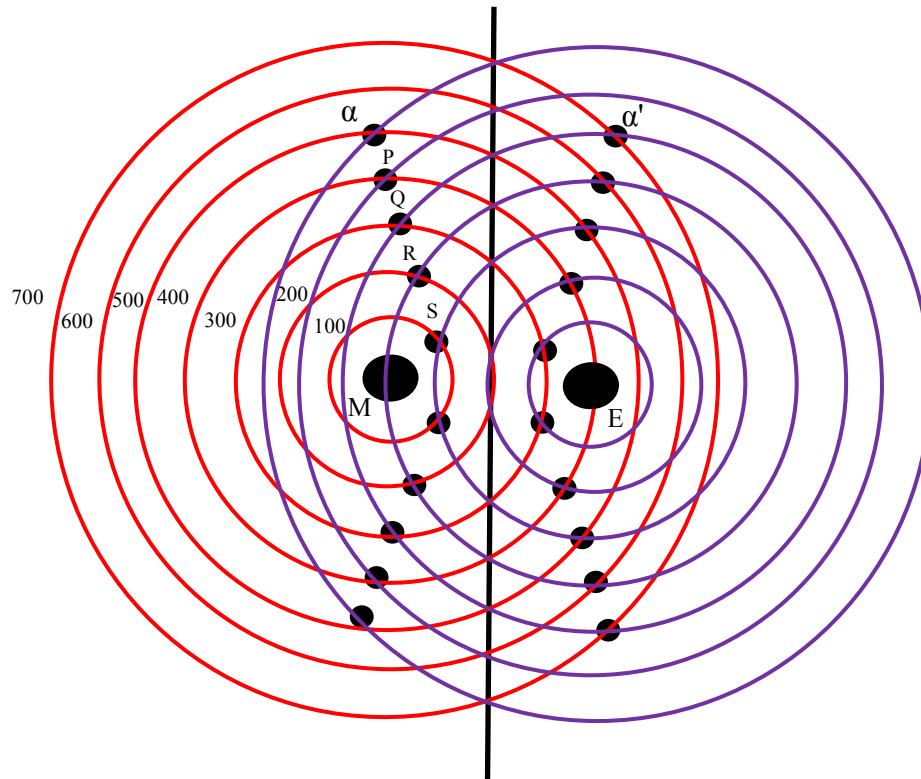


Figura 8 - Ambigüidade das Hipérboles

Desta forma será eliminada a ambigüidade, pois, com essa diferença de tempo, os ramos simétricos terão valores diferentes. Contudo, ao receber um sinal de M, E levará algum tempo para respondê-lo, denominado atraso de código.

5 – ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DO LORAN

A precisão do sistema depende da exatidão da sincronização dos sinais transmitidos, da capacidade do receptor de medir a diferença de tempo entre a recepção dos sinais e do conhecimento da velocidade de propagação dos pulsos transmitidos, de modo que as diferenças de tempo possam ser convertidas em diferenças de distâncias (PORTAL MARÍTIMO, 2009).

Para que o observador possa determinar a sua posição, é preciso que ele disponha de uma estação mestra e duas ou mais escravas. Nas cadeias do LORAN-C, as estações podem estar dispostas em triângulo (tríade), ou se existirem mais de duas escravas, em Y ou estrela. Ressaltando que nestes casos a estação mestra ocupa uma posição central (PORTAL MARÍTIMO, 2009).

Para se determinar a localização de um barco é necessário de no mínimo uma mestra e duas escravas. A Figura 9 mostra P, Q e R, onde corresponde respectivamente, a mestra e as duas escravas. Traçam-se as hipérbolas PQ e PR e em seguida obtêm-se o ponto de intersecção entre as mesmas, nesta localização encontra-se o objeto desejado, representado pelo ponto amarelo.

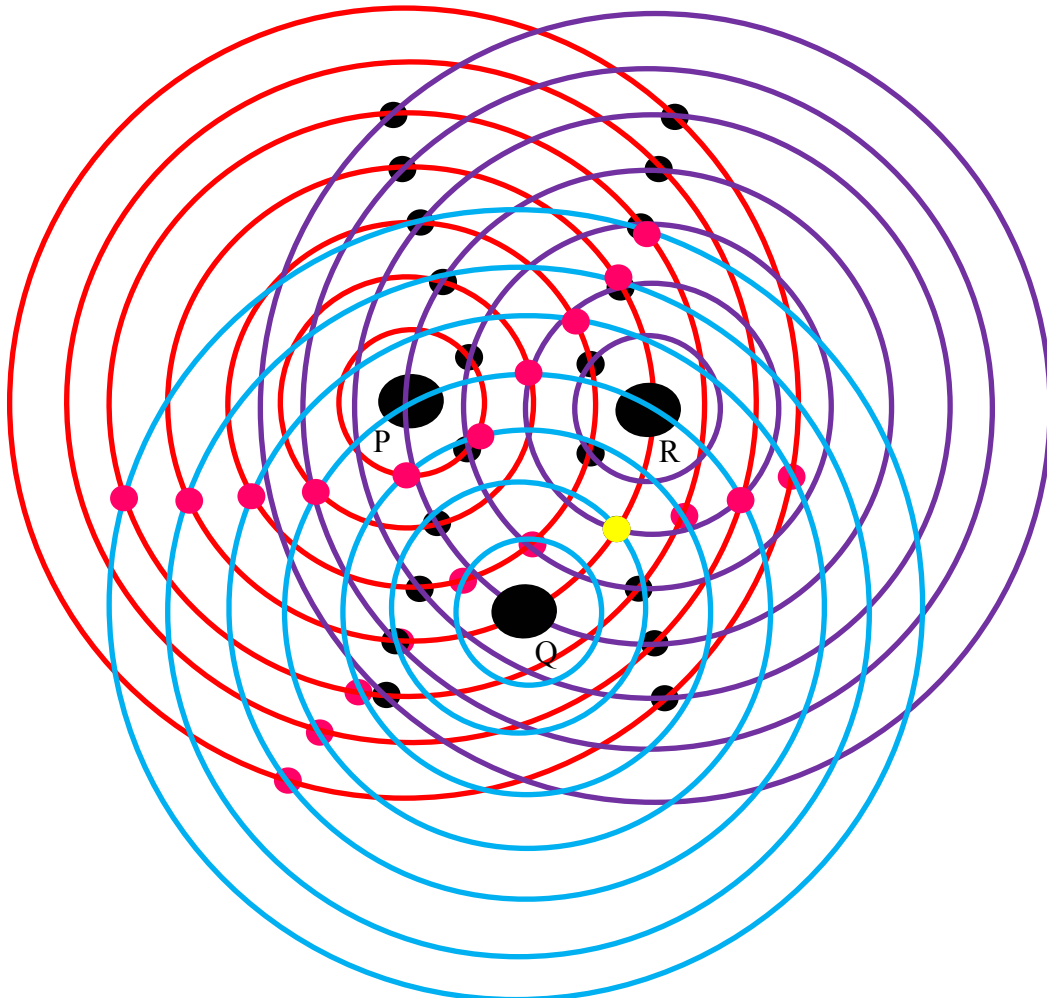


Figura 9 - Esquema de funcionamento do LORAN.

6 - CONCLUSÃO

O sistema LORAN é um ótimo auxiliar para a aprendizagem das hiperbólicas e a prática dos conhecimentos adquiridos tanto na geometria analítica como em disciplinas como física, história e geografia.

O LORAN-C continua sendo utilizado, tanto na navegação como na navegação aérea e de acordo com tudo que foi visto estima-se que o LORAN-C seja utilizado por muito tempo. Dessa forma, os professores podem dinamizar suas aulas utilizando-o como exemplo de aplicabilidade e contextualização.

7 – REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R., BONJORNO, R. A., BONJORNO, V., RAMOS, C. M., 2005. **Física: História & Cotidiano**, 2ed., São Paulo, FTD.

HALLIDAY, D., RENISCK, R., WALKER, J., 2006. **Fundamentos de Física: Gravitação e termodinâmica**. 7 ed., Rio de Janeiro: LTC.

MUNEM, M. A., FOULIS, D. J., 1982. **Cálculo**, Vol.1, Rio de Janeiro, editora Guanabara.

PORTAL MARÍTIMO: Fonte de Informação para a Comunidade Marítima, 2009. **Navegação: A ciências e a arte**, vol.3.

SANTOS, P. B., BONFIM, L. R. P., 2005. **Estudo sobre as Propriedades Geométricas das Cônicas e suas aplicações**, Ed. 4, Uberlândia.

SCHMIDT, MARIO. **Nova História Crítica** - Volume Único, Ed. Nova Geração. 840 p . 2005.